Charla V sobre construcción naval

Tema XXIX: Momento M_{tf} , de una fuerza con relación a un punto, a un eje.

2ª Parte

"Pensar contra la corriente del tiempo es heroico; decirlo, una locura". Eugene Ionesco (1912-1994); dramaturgo francés de origen rumano.

Simbad: Supongo que todo lo que estamos estudiando, nos *"llevará de un momento a otro"* a lo que nos interesa; es decir a *"al calculo de las famosas superficies de carena"*, ¿verdad capitán?

Capitán Isidore Caubin: Sí, hijo sí...Pero antes te tengo que hablar por ejemplo de lo que es *"un momento"*

Simbad: ¡no, no...yo le decía *"de un momento al otro"!*

Capitán Isidore Caubin: A veces eres *"hasta gracioso"*... El *"momento"*, no es otra cosa que el producto de *"la intensidad de la fuerza por el brazo de palanca"* (Distancia a un punto o a un eje o a un soporte)

M_{tf} (Nm) = F(N). $D_{istancia}$(m) (XXIX.1.1)

Donde M_{tf} es el *"momento",* F es la intensidad de la fuerza en Newtons y D, la longitud o distancia al punto o eje considerado o de su soporte, en metros. Veremos que cuando trabajemos con las carenas y queramos determinar su superficie, muchas veces tendremos que conocer *"La función Momento de cada lugar"* de esa superficie y ya ves como nos *"estamos acercando al calculo de carenas"* como tú querías....

Según las reglas que vimos, el momento con relación a un eje de la resultante de un sistema de fuerzas paralelas es igual a la suma de los momentos con relación al mismo eje de cada una de las componentes del sistema:

$M_{tf} = F.D = \sum(f.d)$ (XXIX.1.2)

Donde F.D ó M_{tf}, es el momento de la fuerza total del sistema, y f.d (m_{tf})es el momento de cada uno de los componentes del sistema. Cuando trabajemos con *"carenas",* el momento se expresara como "M_{Φ} ", ya que " Φ " es el símbolo de la *"Cuaderna Maestra"* y nos referiremos a ella constantemente, ya que los cálculos se referirán a ella casi siempre.

Tema XXX: Momento de un Par

"Cuando creíamos que teníamos todas las respuestas, de pronto, cambiaron todas las preguntas". Mario Benedetti (1920); escritor uruguayo.

Simbad: Supongo...porque lo *"estoy viendo venir"* que esta cuestión de *"los momentos"* no se acaba ahí, y que la cosa *"se deberá seguir complicando"*...¡Yo ya lo conozco a Ud., mi capitán!

Capitán Isidore Caubin: La *"cosa"* como tú dices no se complica...Lo que pasa es que estos *"momentos*", a veces *"se mezclan"* de tal manera que también tendremos que ver *"como lo hacen"* y así, surgen los llamados *"Pares".*

"Un Par",es en efecto, un sistema compuesto de *"dos fuerzas paralelas de igual intensidad pero de sentido contrario".*

Simbad: O sea que ¿*"cada una tira pa su lao"?*

Capitán Isidore Caubin: Así es en efecto y el *"Momento"* de este par es el producto de la intensidad de las fuerzas que lo componen por *"El Brazo de Palanca"* o distancia que las separa. Vemos así pues, que contra más grande sea el *"brazo de Palanca"*, mas grande será el *"Momento del Par".*

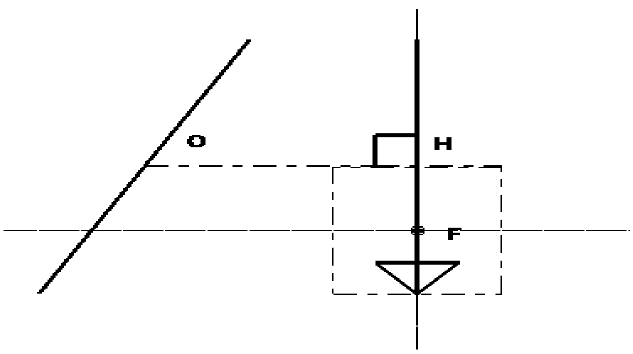

Figura XXX.1.1: Momento de una fuerza

Simbad: ¿Esto quiere decir que contra más largo sea ese brazo de palanca, más fuerza haremos?

Capitán Isidore Caubin: En efecto; pero *"no será que tengamos que hacer más fuerza"*, sino que nos será más fácil moverlo pero con menos fuerza que si esa palanca fuese más corta.¿Quién dijo: *"Dadme un punto de apoyo y una palanca (¡muy larga!) y levantaré el Mundo"?.* Para volver a los ejemplos de los dibujos y de las formulas, considera el dibujo XXXI.1.1 en el que se ilustra un *"movimiento de rotación en presencia de un frotamiento viscoso"* y en el que aparece un *"par".*
Los movimientos del cuerpo arrastrado son dados por la ecuación:

$$Mt.\frac{d^2\theta(t)}{dt^2} = p(T) - f\frac{d\theta(t)}{dt} \qquad \text{(XXX.1.1)}$$

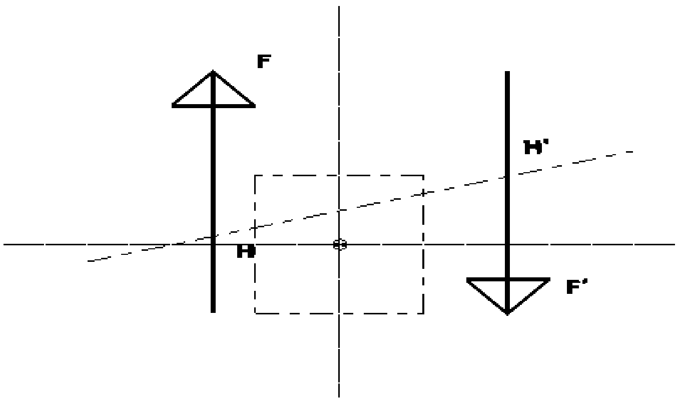

Figura XXX.1.2: Momento de un par

Esta formula, no es otra cosa que la expresión de la 2ª Ley de Newton, donde Mt es el momento de inercia total, P(t) el par desarrollado por el motor, f el coeficiente de viscosidad de los rozamientos "viscosos" y $\theta(t)$, su posición angular...

Tema XXXI: "La inercia o centro de gravedad", de los cuerpos sólidos.

"Nada parece tan verdadero que no pueda parecer falso". Michel Eyquem de Montaigne (1533-1592); pensador francés.

Simbad: Muy interesante de verdad capitán, *"pero no veo todavía"* como deberemos entonces calcular las carenas...

Capitán Isidore Caubin: En charlas anteriores hablamos del *"teorema fundamental del equilibrio",* así que no volveremos a él. Una carena es un *"volumen"* y ya hemos visto también que este volumen puede representarse por una superficie. Para calcular *"carenas"* solo nos faltará saber como determinar su *"centro de gravedad, C",* ya que es este el lugar donde aplicaremos las fuerzas, los pares, etc.

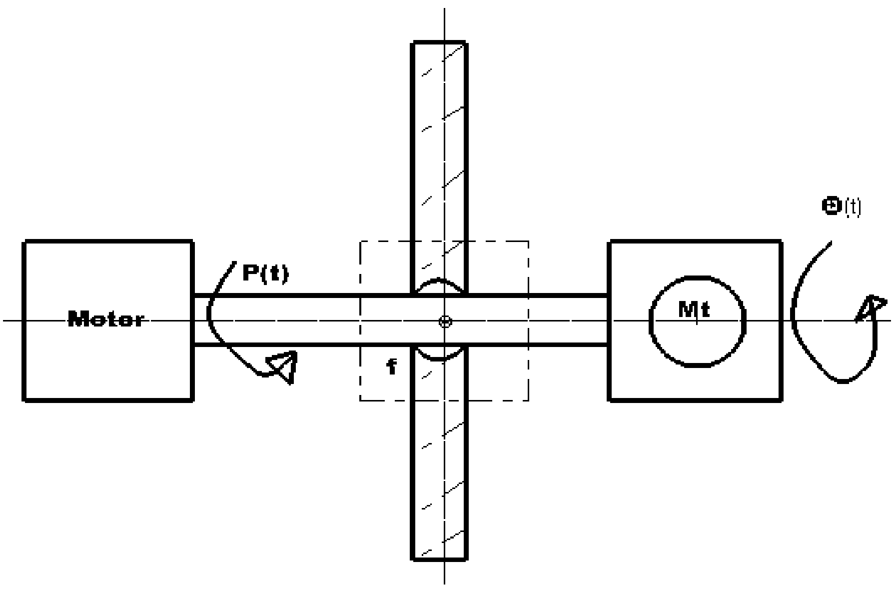

Figura XXXI.1.1: Movimiento de rotación en presencia de un frotamiento viscoso

Simbad: ¿Y cual es el centro de gravedad de un cuerpo?

Capitán Isidore Caubin: Hablemos de la *"Inercia de los cuerpos"*. La inercia de un cuerpo sólido es igual a *"la masa del cuerpo sólido, multiplicada por la distancia al cuadrado a que se encuentra ese cuerpo desde el lugar (o referencia), desde donde realizamos la medida"*; punto, eje, ó *"cualquier cosa"* y más generalmente en realidad respecto a una referencia cualquiera que decidamos nosotros o que nos exija el calculo.

I_{nercia} = Masa (kg) . d^2 (XXXI.1.1)

Simbad: ¿Es aquí donde se encuentra el centro de gravedad?

Capitán Isidore Caubin: Exacto; esto quiere decir que un *"Centro de Inercia"* ó *"un Centro de gravedad"*, es igual a un peso por una distancia al cuadrado a *"algo"* (referencia). Así por ejemplo, si nuestra referencia fuese un eje xx', el centro de gravedad de ese cuerpo seria:

Centro de gravedad G (o C) = $I_{nerciaxx'}$ = Masa (kg) . $d^2_{xx'}$ (XXXI.1.2)

Y la regla sería que *"La distancia d debe ser la distancia mas corta posible"* hasta el eje xx', "*que es la que nos marca"*, el sitio o lugar exacto del centro de gravedad... Si se trata de un cuerpo sólido y conocemos de él su centro de gravedad *"G"* y en el caso de una carena, *"C"*, podríamos expresar la inercia de una masa *" m , que se encuentre en los alrededores de él"*, precisamente por el peso de esa masa *"m"*, multiplicado por la distancia al cuadrado que llegue hasta un eje vertical u horizontal (¡¡u oblicuo!!), que pase por *G* o por C. así, el centro de inercia de un cuerpo o lo que es lo mismo: Su centro de gravedad, es *"la resultante (o suma), de todas las fuerzas ("emes"), que pesan y que componen el cuerpo multiplicadas por la distancia al cuadrado que tiene cada una hasta ese punto o eje de referencia."*.

Simbad: ¡Madre mía, ¿entonces tendremos que calcular cada una de estas masas y sus distancias respectivas a ese eje?!; ¡Esto es un rollo filipino!

Capitán Isidore Caubin: No, ya que como tú dices, hacer esto es un *"rollo filipino"*, y lo mejor es que conozcamos ya la resultante de todas ellas.

Simbad: ¿Quiere Ud. decir el peso resultante de todas ellas?

Capitán Isidore Caubin: Así es, ya que el *"Peso total resultante",* sería el peso del cuerpo que lógicamente esta influenciado por la gravedad terrestre (Orientado hacia abajo):

P (N) = m. g (XXXI.1.3)

O sea que se trata de una *"fuerza vertical dirigida hacia abajo", y* para encontrar la posición del centro de gravedad G, del cuerpo empezaremos pues, por sumar todas las masas *"que pesan hacia abajo"* y que componen el cuerpo para sumarlas y obtener una masa total M, y haremos entonces:

M = $\sum m$ → P (N) = m. g (XXXI.1.4)

O bien :

M = $\sum (m.d)$ / $D_{istancia}$ → M.D = $\sum (m.d)$ (XXXI.1.5)

Donde m es la *"masita"* de cada una de ellas, l la distancia mas corta de cada una de esas masitas a la referencia y $D_{istancia}$ es la que existe entre la masa total M, de la suma de todas ellas, con respecto a la referencia.

XXXII: *"La inercia o centro de gravedad", de una carena "C".*

"Una experiencia nunca es un fracaso, pues siempre viene a demostrar algo". Thomas Alva Edison (1847-1931); físico e inventor estadounidense.

Capitán Isidore Caubin: El centro de gravedad *"G"* de una carena se anota como *"C".* Si nuestra referencia fuese un eje xx', el centro de gravedad de ese cuerpo seria:

G (o C) Centro de gravedad = $I_{nerciaxx'}$ = Masa (kg) . d^2 (XXXII.1.1)

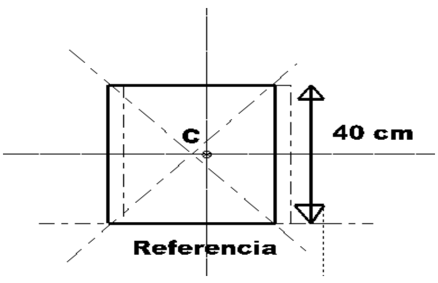

Figura XXXII.1.1: "Carena cuadrada"

Pues bien, ahora imaginémonos una hoja de papel cuadriculado, tal que el de la figura XXXII.1.1.

En ella dibujamos el perfil de una carena cualquiera, por ejemplo que sea cuadrada para simplificar y cuya masa sea de por ejemplo 50 kg...Trazando diagonales obtenemos el centro geométrico de esta "carena",

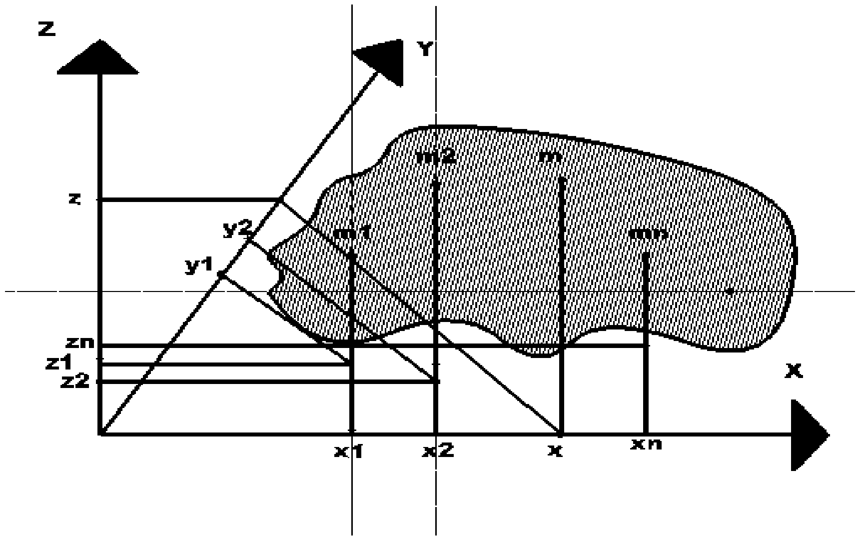

Figura XXXII.1.2: Búsqueda del centro de gravedad de un cuerpo

trazamos desde este una perpendicular a nuestro "eje de referencia xx'", medimos esta distancia que en la figura es de 20 cm por ejemplo y aplicamos la formula XXVIII.1.1; su inercia será: $I_{nerciaxx'}$ = Masa (kg) . d^2 = 50 x 20^2 = 20.10^3 kg/cm^2. El centro de gravedad de esta carena estará situado a la distancia d = 20 cm y en el centro geométrico de esta pieza. Si tuviésemos varias piezas sumaríamos las inercias respectivas, es decir:

$I_{Gxx'} = \sum m.d^2$ (kg/m^2) (XXXII.1.2)

Donde *"d"* es la distancia mas pequeña (línea recta) a xx', $I_{xx'}$ es la inercia total con respecto al eje xx' y m la masa de cada uno de los elementos. Si determinamos la inercia con relación a un eje paralelo a xx' que llamamos simplemente x, y no a xx' mismo, su inercia será:

$I_{Gxx'} = I_x - M.d^2$ (XXXII.1.3)

O sea que la *"inercia total buscada"* ó *"valor del centro de gravedad C"*, será: La inercia con respecto al eje x menos la inercia con respecto al eje xx'

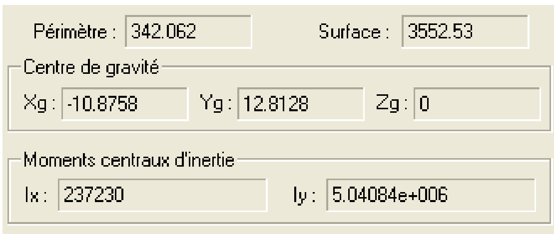
Périmètre : 342.062 Surface : 3552.53
Centre de gravité
Xg : -10.8758 Yg : 12.8128 Zg : 0
Moments centraux d'inertie
Ix : 237230 Iy : 5.04084e+006

Figura XXXII.1.3: Inercia de la superficie de semicarena de la figura XXXII.1.1

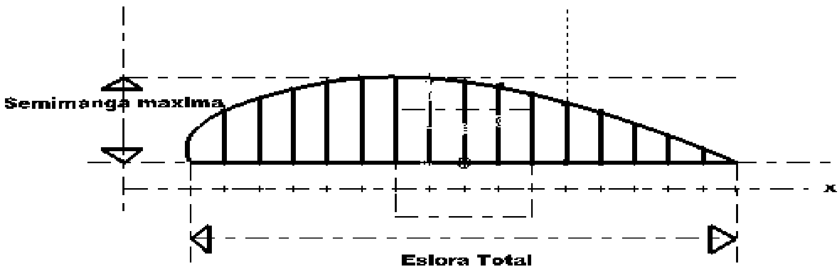

Figura XXXII.1.4:Dibujo de la superficie de una semicarena

Y para una superficie, la inercia $Is_{xx'}$, con respecto a un eje de referencia xx'será:

$I_G s_{xx'}$ = S(m^2). ρ_s (kg/m^2). $d^2_{xx'}$ (XXXII.1.4)

Donde: S(m^2). ρ_s (kg/m^2), es la Masa (M_s, lo que pesa) de la superficie y $d^2_{xx'}$, su distancia al cuadrado hasta el eje xx' de referencia, ya que vimos que:

M_s (kg.m²) = S (m²). ρ_s (kg/m²) (XXXII.1.5)

Si suponemos que ρ_s (kg/m²) = 1, (masa especifica igual a 1), tendremos que:

$I_G S_{xx'}$ = S(m²). $d^2_{xx'}$ (XXXII.1.6)

"El centro de gravedad G, de la superficie con respecto a un eje de referencia xx' es igual a su superficie total multiplicada por la distancia al cuadrado al eje de referencia".

Y con respecto a un eje paralelo x a xx', será:

$I_G S_{xx'}$ = IS_x - S(m²). $d^2_{xx'}$ (XXXII.1.7)

Cuando los elementos de masa o (*"masitas"*), ya *"no sean tan pequeños"*, tendremos que introducir una corrección, ya que cada elemento tendrá una *"inercia propia I_p"*, que tendremos que añadir a la inercia total. Esta inercia I_p, estará, en relación también con el eje de referencia xx' y pasara por el centro de gravedad **"c"** de cada elemento (¿como es lógico?). Esto nos pasará al querer determinar la superficie de carena teniendo en cuenta los valores de las diferentes *"mangas de flotación"* con sus respectivos *"momentos".*

Tema XXXIII: El método de Simpson para el calculo de carenas.

"Estar preparado es importante, saber esperar lo es aún más, pero aprovechar el momento adecuado es la clave de la vida". Arthur Schnitzler (1862-1931); dramaturgo austríaco.

Simbad: Ud., capitán me ha dicho que entre los métodos que existen para calcular carenas había un tal Simpson...

Capitán Isidore Caubin: En efecto, Simpson asume que la curva que refleja *"la mitad"*, de la mayoría de los cascos puede asimilarse a una semiparábola de segundo grado:

$y = ax^2 + bx + c$ (XXXIII.1.1)

a) Supongamos que hemos dibujado la mitad de una carena (parte sumergida del casco) en planta (vista desde arriba), en papel milimetrado (Lo cual se puede hacer ahora mismo), parecida a la de la figura XXIX.1.2

b) Mediremos con una simple regla en nuestro papel milimetrado, las *"semimangas"*, es decir las mitades de las mangas a la altura de la línea de flotación, ya que vamos a trabajar con la carena. Supongamos que encontramos que a partir de la popa, estas semimangas de carena valen: 0,83m; 2,5m; 3,5m; 3,83m; 4m; 4m; 3,5m; 2,9m; 1,67m; 0,83m; 0,0m

c) medimos la distancia constante entre estas mangas y vemos por ejemplo, que vale 5 metros

Comentario: El valor del área de la flotación S se obtiene integrando a lo largo de la eslora de flotación E_f y multiplicando por 2, ya que estamos trabajando *"con la mitad de las mangas"* o semimangas y *"esta integral"* seria:

$$S_f = 2.\int_{-Ef/2}^{+Ef/2} y.dx \qquad \text{(XXXIII.1.2)}$$

La formula general de la primera regla de Simpson para calcular el área es:

$$S = 2.\frac{\alpha}{3}(y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + ... + 2y_{n-2}4y_{n-1} + y_n) \qquad \text{(XXXIII.1.3)}$$

Donde α , es la distancia constante entre las semimangas (aquí 5 metros).

Nota 1: O sea que tendremos que multiplicar por los 2/3 de α , la suma de las ordenadas extremas, mas la suma de las ordenadas impares multiplicadas por 4, mas la suma de las ordenadas pares multiplicadas por 2.

Nota 2: Este método solo sirve para hallar el área o, para que a partir de las áreas obtengamos un volumen.

Nota 3: Para aplicar la primera regla de Simpson, el numero total de ordenadas debe ser impar y para ello hemos hecho 10 ordenadas mas la numero cero, lo que nos da el numero impar 11.

La solución sería en este caso:

1) α = 5 m; Y la eslora total de flotación será E_f = 5 x10 = 50 metros

2) S = 2. α /3. $\sum s$

3) Hacemos ahora una tabla de la manera siguiente (Figuras XXIX.1.3 y XXIX.1.4):

Valores de las semimangas: 0,83m; 2,5m; 3,5m; 3,83m; 4m; 4m; 3,5m; 2,9m; 1,67m; 0,83m; 0,0m

4) Con este resultado tenemos:

S_f = 2 . 5/3 . 82,41 = 274,7 m²

5) Verificación:

Suma de las extremas:	0,83 x 1	0,83
Suma de ordenadas impares:	14,06 x 4	56,24
Suma de las ordenadas pares:	12,67 x 2	25,34
Total áreas semimangas:	TOTAL:	82,41 m^2
$S_f = 2 . 5/3 . 82,41\ m^2 = 274,7\ m^2$ →	TOTAL:	274,7 m^2

Nº semimanga (x)	Valor semimanga (y)	Factor Simpson	función área (m^2) (Semimanga x Simpson)
x_0 → extrema	$Y_0 = 0,83$	1	0,83
x_1 → impar	$Y_1 = 2,50$	4	10,00
x_2 → par	$Y_2 = 3,50$	2	7,00
x_3 → impar	$Y_3 = 3,83$	4	15,32
x_4 → par	$Y_4 = 4,00$	2	8,00
x_5 → impar	$Y_5 = 4,00$	4	16,0
x_6 → par	$Y_6 = 3,50$	2	7,00
x_7 → impar	$Y_7 = 2,90$	4	11,60
x_8 → par	$Y_8 = 1,67$	2	3,34
x_9 → impar	$Y_9 = 0,83$	4	3,32
x_{10} → extrema	$Y_{10} = 0,00$	1	0,00
			TOTAL = 82,41 m^2

Figura XXXIII.1.1: Calculo de la superficie total de una carena

Simbad: ¡Menos mal que hemos llegado; ahora ya se calcular la superficie de una carena...!
Capitán Isidore Caubin: ¡Anda trae ese ron! Que por hoy ya tenemos bastante...
Simbad: ¡Como siempre a sus ordenes mi capitán!

Fin de la 2ª parte de la 5ª charla de Construcción naval