Charla 4ª Construcción naval

Tema XVIII: El "llamado" coeficiente diferencial.

2ª Parte

"La verdad es más importante que los hechos".Frank Lloyd Wright (1867-1959); arquitecto estadounidense.

Simbad: Lo dicho capitán es muy interesante, pero creo que *"hemos perdido el hilo"...*Lo que queríamos era poder dibujar y calcular las *"formas extrañas"* que aparecen cuando construimos un barco y por ahora...
Capitán Isidore Caubin: Esas formas extrañas no son más que volúmenes que *"nacen de curvas o mejor dicho de funciones de base"* tales como la circunferencia que nos daría un cilindro por ejemplo...Es por ello que para poder calcularlas, dimensionarlas y estudiarlas en detalle, deberemos comprender *"de qué función de base"* provienen estas figuras y para ello tendremos que hablar de *"funciones"* o mejor dicho de *"líneas generatrices de base";* es decir de las líneas que *"dan nacimiento a esas figuras"* .
Simbad: No se enfade conmigo capitán, es que a veces pierdo *"el hilo... Ud., ya sabe"*...
Capitán Isidore Caubin: ¡No hables tanto y escucha un poco!.
En la función y = x, por ejemplo, la pendiente es 1 (se trata de una recta) y haciendo según la figura anterior x''=x'.
En cambio si consideramos la parábola cuya función es: $y = x^2$ (1), lo que a partir de ahora llamaremos el *"coeficiente diferencial"* será: dy/dx = x''+x' = 2x.(2), y comparando (1) y (2), tendremos:

$$\frac{dy}{dx} = nx^{n-1} \qquad \text{(XVIII.1.1)}$$

Así si la función es : $y = 4x^2$, tendremos que su *"coeficiente diferencial"* será: $dy/dx = 4.n.x^{n-1} = 4.2x= 8x$...
Si la función es: $y= 3x^5$, tendremos que $dy/dx = 15x^4$, etc., etc.
Y así de esta manera, cada vez que *"derivemos".*

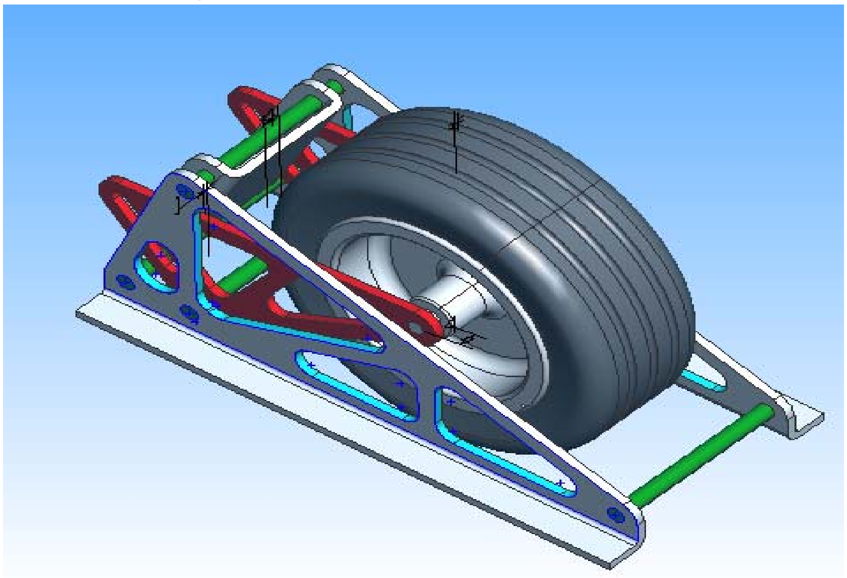

Figura XVIII.1.1: "Integral o ensamblado" de varias piezas de un tren de aterrizaje de un avión...
Al derivar, estamos *"descomponiendo"* el objeto en *"sus piezas de base como si desmontáramos un motor"*, poco a poco...cada derivada nos llevará más lejos, hasta que el motor esté *"completamente desguazado y no se pueda descomponer en trozos más pequeños"*... Te recomiendo esta imagen para entender este proceso matemático
Simbad: O sea que cuando derivamos, ¿estamos descomponiendo *"algo"* para encontrar *"la línea de base o función de base"* con la cual se construyó ese algo?
Capitán Isidore Caubin: Así es y ya veremos cuando hablemos de *"integrar"* que se trata del proceso inverso y entonces lo que haremos será *"remontar el motor pieza a pieza"* hasta terminarlo.
Como ejemplo, si tomamos la expresión anterior, el *"motor completo"* sería:

Y = $3x^5$...= motor con todas sus piezas, o motor perfectamente *"integrado"*.
La primera derivada es como si le sacáramos *"el carter"* por ejemplo y nos quedará solo el motor sin ese carter...y = $15x^4$ ...= motor sin el carter...
La segunda derivada nos dejará el motor sin culata...y = $60x^3$...= motor sin carter ni culata....

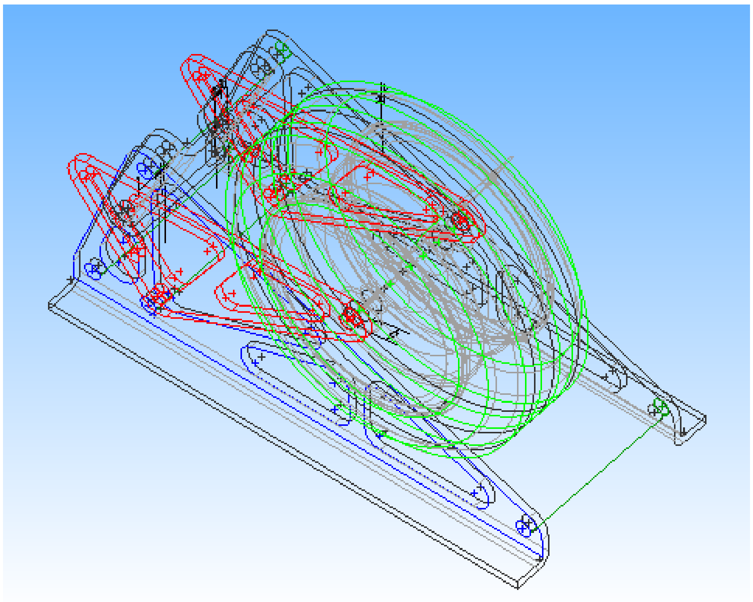

Figura XVIII.1.1: Llíneas de base o "derivadas" del tren de aterrizaje anterior.
La tercera derivada...y=$180x^2$...= motor sin carter, sin culata, sin cilindros...

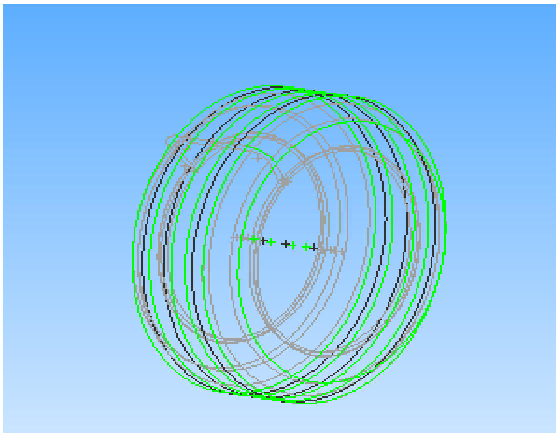

Figura XVIII.1.1: "Derivada de una rueda"

Figura XVIII.1.1: "Integral de una rueda"

Cuarta derivada...y = 360x...= motor sin carter, sin culata, sin cilindros, sin...?...
Quinta derivada...y = 360....= ya no podemos ir más lejos ya que el motor ha sido completamente *"desguazado".. "las x han desaparecido totalmente y nos queda solo una constante"*...
Si efectuáramos ahora la operación inversa, reconstruiríamos el motor nuevamente, o sea: lo *"integraríamos"* ...En conclusión:
1) *"cada vez que derivemos, descomponemos algo que estaba entero en sus componentes fundamentales"*
2) *"Cada vez que integremos, recomponemos el objeto de origen con todas sus piezas fundamentales".*
Simbad: Mi capitán, ¡Jamás me habían explicado *"las matemáticas superiores"* de esta manera tan extraordinaria!
Capitán Isidore Caubin: Ya lo sé, hijo, ya lo sé...Todo lo que te he dicho si lo oyese un *"matemático"* o uno de esos *"profesores con alopecia prematura"*
gritarían: *"¡Anatema, anatema!"*. Pero lo que yo sé, es que ahora has entendido como funcionan estas cosas y antes *"jamás lo habías entendido"*...
Simbad: ¡Capitán, eso de *"desguazar el motor"* me ha gustado muchísimo!
Capitán Isidore Caubin: Ya te daré otras *"imágenes"* cuando tengamos problemas que parecen complicados... Una ecuación como la anterior (2) tambien se puede escribir como: dy = 2xdx...El valor

dx representa un valor algebraico *"normalito"* como cualquier otro, y entonces diremos que *"dy es la diferencial de y con respecto a la variable independiente x"*.

Simbad: En esto de diferencial y de derivada, también me *"armaba un buen lío mental"*; ahora está clarísimo.

Capitán Isidore Caubin: Te doy ahora, *"ejemplos refrescantes"* y algunas definiciones que se suelen encontrar:

1) Si tenemos y = x^3 , esto nos dará: → dy =3x^2 dx → dy/dx = 3x^2

Cuando escribimos bajo la forma: dy/dx a esta expresión se le llama *"derivada".*

Cuando escribimos: dy = 3x^2dx a esta expresión como te he dicho, se le da la frase: *" diferencial de y con respecto a la variable independiente x"*.

2) Si tenemos y= 2x^4 , esto nos da: → dy= 2.4.x^3dx...

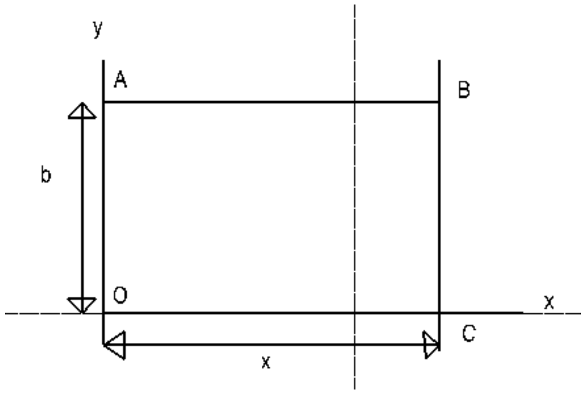

Figura XVIII.1.1: "Curva generatriz"

3) Si tenemos $y = 2.\sqrt{x}$ → como $\sqrt{x}$, se puede escribir $x^{1/2}$, pondremos: y=2.1/2.$x^{1/2-1}$ = $x^{-1/2}$ dx = 1/$\sqrt{x}$ dx, o sea que dy = 1/$\sqrt{x}$ dx ...

Simbad: ¡Gracias capitán, estoy deseando *"ver como remontamos otra vez el motor"* gracias al calculo integral!

Capitán Isidore Caubin: Antes que nada te diré que todo lo que observamos y que está *"aparentemente"* completo, como por ejemplo un árbol, una bicicleta, un cilindro, el cubo de la basura..., etc, tendrás que verlo como *"la integral de algo"* o como la *"reunión de muchas cosas en el buen orden y bien ensambladas"*...

Todo lo que vemos y nos rodea, son en general integrales...

Simbad: Ya veo...y para ver como están hechas esas cosas habrá que *"desguazarlas o derivarlas"* ¿no?

Capitán Isidore Caubin: Exactamente, esa es la idea de base...pero volvamos a nuestra integral... y veamos en que nos puede servir en el campo del calculo de superficies y volúmenes

Como hemos visto, la integral es lo contrario de la derivada.

En la figura XVII.1.1, se puede considerar que el área del rectángulo OABC = b.x → s = b.x

Calculemos su derivada con respecto a su ancho *"que vemos que está en el eje de las x"*...por lo tanto *"derivaremos con respecto a x"*

s' = b.x^{1-1} = b.1 = b

La *"curva"* AB = b, paralela al eje de las abcisas se expresa de esta manera...¡Ojo! como ves se trata *"no de una curva si no de una recta"* pero en el *"argot"* matemático, también la llamamos *"curva"*.

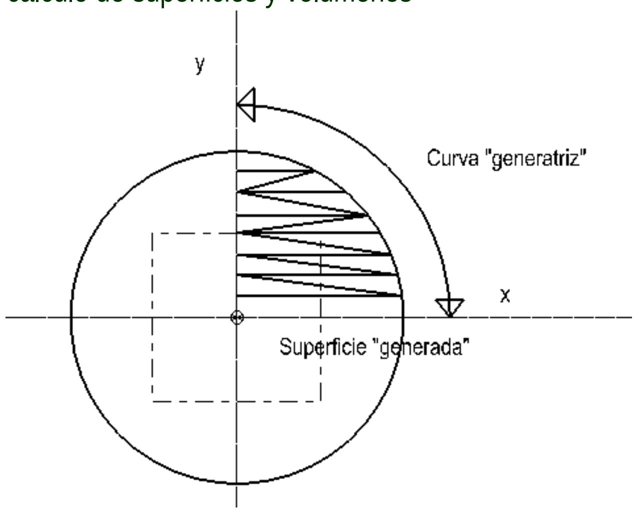

Figura XVIII.1.2: Superficie "generada"

Simbad: O sea que *"la derivada de una superficie"* nos lleva a la *"curva generatriz"* que es de donde *"sale"* esa superficie:¡Hemos *"desguazado"*!...

Capitán Isidore Caubin: Exactamente y si ahora *"integráramos esta curva generatriz"*, obtendríamos la superficie que genera esta curva..o sea que estaríamos *"remontando o reconstruyendo"*...Ya solo entonces nos falta saber *"como se integra".*

Simbad: Esto es super interesante ya que veo ahora que la *"curva generatriz"* de un rectángulo es ni más ni menos que una simple recta...

Capitán Isidore Caubin: De la misma manera que antes, vamos a integrar cosas sencillas e imaginémonos que ahora nuestra curva generatriz es una circunferencia y que nos fijamos solo en el primer cuadrante de ella por lo que su formula como sabemos es:

$y = \frac{1}{4}\pi.R$, si ahora esta *"curva generatriz"*, la consideramos como *"nuestra base de calculo"*, suponiendo que *"es la derivada"* de la superficie, si integramos, obtendremos la superficie que *"encierra esta curva"* en si, ¿Verdad?.
Simbad: ¡Pues claro, de la *"curva pasaremos a la superficie"*!
Capitán Isidore Caubin: Veo que lo entiendes marinero y ahora supongamos que en la formula anterior, R es x, es decir que *"lo que puede variar es el radio"* (variable independiente) y que la superficie s (que queremos obtener), es y.

Entonces tendremos que: $y = \frac{1}{4}\pi.R$, e integrando, esto nos daría:

$$y = \frac{1}{4}\pi\int R.dR \Rightarrow \frac{1}{4.2}\pi.R^2(\text{Superficie}) \Rightarrow \frac{1}{8.3}\pi.R^3(\text{Volumen})$$

El resultado final simplificando será: $y = \frac{1}{24}\pi.R^3$.

El signo $\int$, es para *"decirle a los demás que vamos a integrar"*
O sea que para integrar por ejemplo X^2, tenemos que hacer: $x^{m+1}/m+1 = x^{2+1}/2+1 = \frac{x^{2+1}}{2+1} = \frac{x^3}{3}$
Vemos pues que *"agregamos una unidad al exponente y dividimos todo por el exponente anterior más uno"*.
La superficie engendrada antes, por la curva: $y = \frac{1}{2}\pi.x = \frac{1}{2}\pi.R$, nos da la superficie: $S = \frac{1}{4}\pi.R^2$.

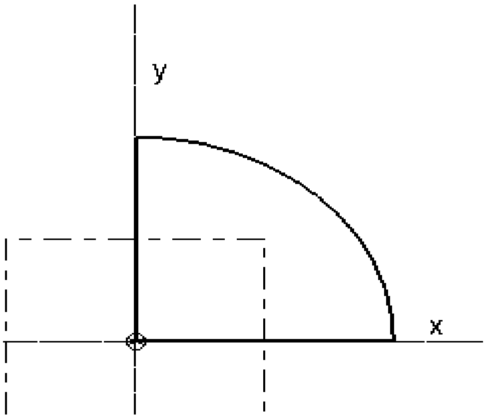

Figura: XVIII.1.3:"Superficie Cuarto de cilindro"

Si integráramos otra vez, el resultado obtenido sería el volumen de este *"cuarto de cilindro"*...que sería: $V = \frac{1}{12}\pi.R^3$. Partiendo pues *"de una línea, obtenemos una superficie y partiendo de la superficie obtenemos un volumen"*, siendo lo contrario (derivar), también cierto. Hagamos la prueba y derivemos el volumen obtenido para encontrar la superficie:

$$S = \frac{1}{4}\pi.R^2 <-- \frac{3}{12}\pi.R^2 <-- V = \frac{1}{12}.\pi.R^3,$$

que seria la superficie de la cual habíamos partido antes. Este volumen obtenido antes es de espesor unitario, es decir que se trata de *"una figura rara; con un espesor de una lamina"* de profundidad unidad. Ejemplo numérico: supongamos que R = 0,10 metros.

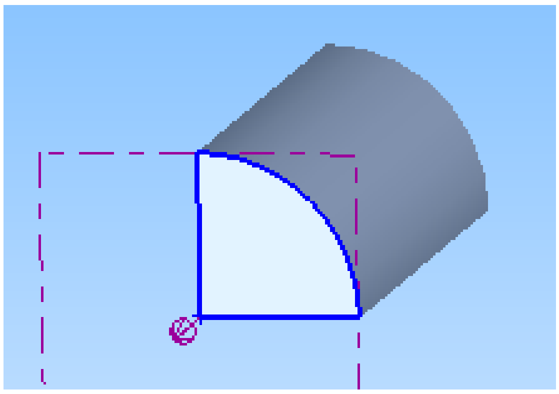
Figura: XVIII.1.3:"Volumen de un Cuarto de cilindro"

Entonces tendremos: $\frac{1}{12}.\pi.R^3 \rightarrow \frac{1}{12}.\pi.0{,}10^3 = 300\text{cm}^3$, o sea que *"un cuarto de cilindro de 10cm de radio"*, tiene un volumen de 300cm³ o de 0,3 litros que vienen a ser 300.10^{-6} m³, para un *"espesor"* de una unidad, es decir de 1 cm. Si esta pieza estuviese hecha en acero y sabiendo que el peso especifico del acero es de 7,8 kg/m³, sabríamos que esta pieza pesa: P = 300.10^{-6} m³ x 7,8kg/m³ = 2.10^{-3} kg, ó 2 gramos, o 20 miligramos...Si construyéramos una *"varilla"* con la forma de esta pieza de una longitud de 90 cm, esta varilla pesaría: 2x90 = 180 gramos ó 0,18 kg...
Simbad: Demostración *"impecable"* mi capitán...
Capitán Isidore Caubin: Y muy sencilla como has podido ver. Esto nos permitiría calcular el peso de una pieza como esta que formara parte de una estructura metálica en un buque por ejemplo.

Fin de la 2ª parte de la 4ª charla sobre construcción naval