Charla IV sobre construcción naval
Tema XIX: Las sumas integrales.
3ª Parte

"En lo tocante a ciencia, la autoridad de un millar no es superior al humilde razonamiento de un hombre." Galileo Galilei (1564-1642); astrónomo y físico italiano.

Simbad: Tengo que repasar todo esto para estar seguro, pero me pregunto: ¿Todas las líneas de base son así de simples, o las hay más complicadas?

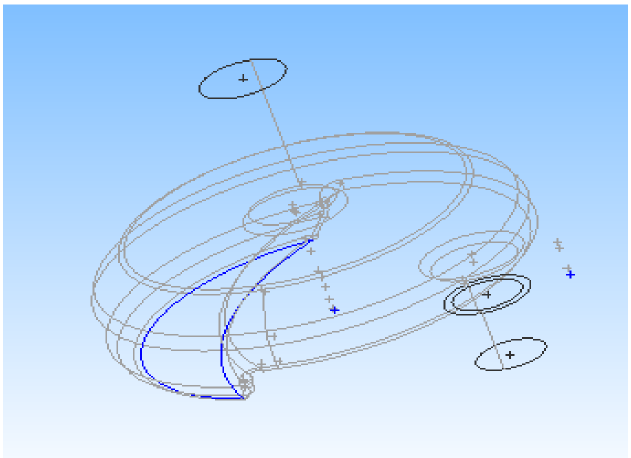
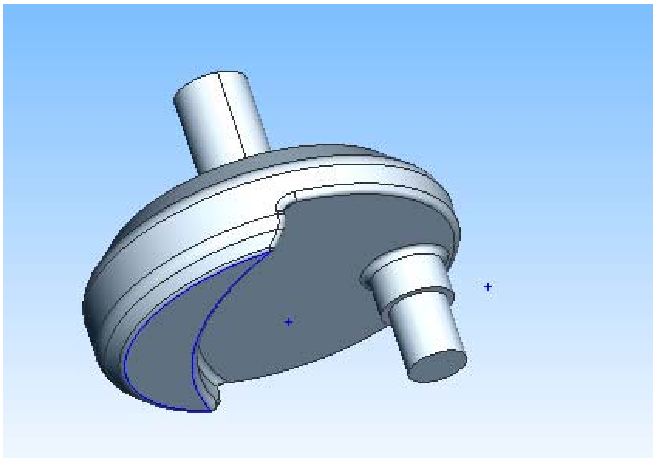
 

Figura XIX.1.1: *El conjunto de líneas de la izquierda "generan" el volumen de la derecha*

Capitán Isidore Caubin: Como hemos visto, estas son las ventajas de saber calcular superficies y volúmenes a partir de simples *"líneas que las generan"*. En la realidad, no tendremos casi nunca *"la suerte"* de tener figuras *"claras"* como en este ejemplo con un cuarto de cilindro *"perfecto"* y entonces gracias a nuestra *"poderosa"* imaginación, lo que haremos será descomponer estas figuras en otras figuras más simples cuya formula matemática conozcamos o que averigüemos en un formulario de geometría...Este será el caso (entre otros), cuando calculemos las carenas de nuestro buque.

Ver por ejemplo la figura Figura:XVIII.1.1. En efecto, nuestra *"mi libertad"* es la de poder dibujar una carena libremente a mano alzada y la curva que tracemos se parecerá seguramente más bien a una
semiparábola (curva generatriz), pero en realidad, *"solo se parecerá pero no lo será realmente"*.

Además como en matemáticas *"todo volumen se puede proyectar en un plano"* y ello nos permite trabajar con superficies y no con volúmenes, nos saldrán *"superficies de carena",* generadas por *"nuestra mano"*, ya que fue nuestra mano la que trazó la curva generatriz que nos la da...

Simbad: ¿Cómo *"integrar"* curvas generadas por nuestra *"fecunda imaginación"*, pero que no tienen o que casi nunca tendrán, una formula conocida como la del rectángulo, el cono o el cilindro?.

Capitán Isidore Caubin: Cojamos papel y lápiz y tracemos en planta una *"semicarena"* de nuestro buque para un calado determinado. Solo trazamos la mitad de esta superficie, ya que cuando terminemos y como en general las dos mitades son iguales (¡menos mal!), bastará con que el resultado lo multipliquemos por 2 y tendremos *"toda nuestra carena".*

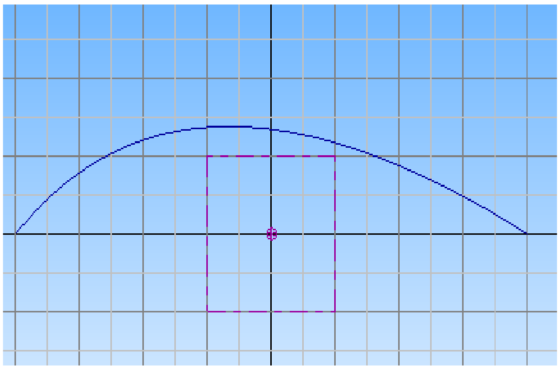
En realidad hemos trazado *"una curva generatriz"*, que empieza y termina en el eje de las x, y lo que queremos es saber cual será la superficie *"encerrada por esta* ***curva y este eje de las x"***.

Si ahora dividimos nuestra figurita en pequeños rectángulos que tengan alturas diferentes (y), pero anchos iguales (x), podríamos decir que la superficie total *"encerrada"*, seria la suma de todas las superficies de estos pequeños rectángulos, aunque vemos que los lados de los rectángulos que tocan a la curva, no coinciden exactamente con la curva, ya que *"la curva es curva"* y el lado del rectángulo no lo es...

Pero sigamos haciendo uso de nuestra imaginación y supongamos que nuestros rectángulos son tan pequeños que prácticamente la *"curvatura de la curva"* y el lado del rectángulo que hace frontera con ella son tan pequeños que se pueden asimilar los dos a una recta, confundiéndose...Nuestra variable independiente será aquí *"y"* ya que lo que varía es la altura y no *"x"* que es constante (anchos iguales), luego nuestra *"integral"* habrá que hacerla con respecto a *"y"* y no a *"x"*...

dS = xdy...

Integrando: $\int dS = \int xdy = x\int dy$



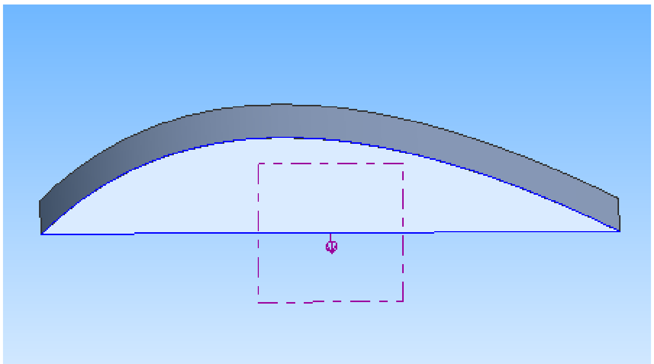


Figura:XIX.1.2: La semiparábola de la izquierda, genera el "volumen de carena" de la derecha

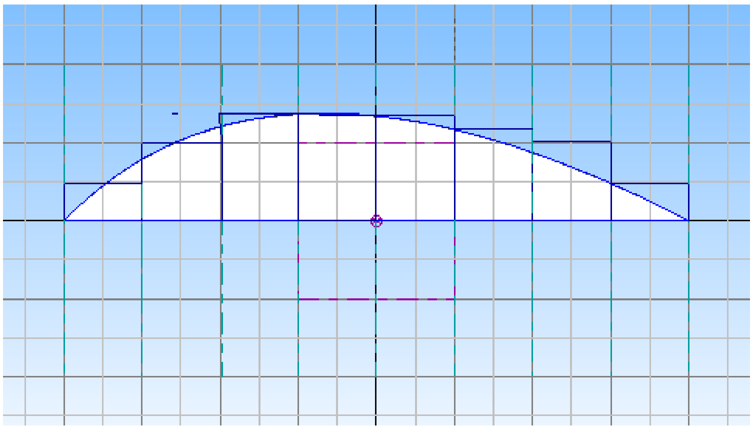


Figura XIX.1.3: Dividir una superficie de semicarena en "pequeños rectángulos"

Lo que nos da: S = x.y + C, o sea *"base x por altura y"*, para un rectángulo elemental (ya veremos que significa C), luego la superficie total será la suma de todas las superficies de todos los rectángulos, es decir:

S = $\sum x.y$, y como todo se explica en matemáticas en este caso x que es constante (bases de los rectángulos iguales), tendrá como función x = 8, ya que hay *"8 trozos o bases de rectángulos iguales"*.Ver la figura XVIII.1.1 de ejemplo y entonces podremos decir que *"aproximadamente"*, el *"área de esta semicarena, será igual al área media de la suma de estos rectángulos".*

Tema XX: Significación de la constante "C" o lo que es una "Integral definida".

"El sabio puede cambiar de opinión. El necio, nunca". Inmanuel Kant (1724-1804); filósofo alemán.

Simbad: Antes me ha dicho Ud. capitán que me iba a explicar aquello de la constante "c" que aparece en la integral...

Capitán Isidore Caubin: Ahora llego marinero, ahora llego...En el caso de la figura XVIII.1.1, la *"semimanga máxima de nuestro buque"*, valía *"3 unidades de manga"*, ya que vemos que la curva hasta llegar a su altura máxima en el eje de las y contamos o tiene 3 *"cuadritos ó unidades"* de manga. Supongamos que cada *"cuadrito"* vale 1 metro, la semimanga máxima valdrá 3 metros y la eslora hasta ese lugar es de 4 cuadritos o metros, ¿no?.

Si ahora en vez de querer calcular la superficie total de la semicarena solo quisiéramos calcular la superficie comprendida entre la curva desde el origen de *"0"* metros de manga, hasta su manga máxima de 3 metros, esto lo indicaremos en el símbolo de la integral de la manera siguiente:

$$x\int_0^3 dy = x[y+C]_0^3,$$

ahora vamos entonces a hacer operaciones con y = 3 y restaremos el resultado después de las operaciones con las que realicemos para y = 0 :

$$x\int_0^3 dy = x[y+C]_0^3 = x\{[3+C] – [0+C]\} = x(3+C-0-C) = 4x3 = 12,$$ y vemos dos cosas:

Primero, que *"la constante C ha desaparecido"* y segundo que *"el valor de la superficie total comprendida entre el valor "0" y el valor de manga "3" de y, vale 12 unidades de superficie"* (por ejemplo, $12m^2$)

Este tipo de integral se llama *"integral definida",* ya que como su nombre indica está definida para los valores que damos a y, es decir 3 y 0 metros.

Simbad: Cuando no se definen estos valores para y, la *"integral"* se llamará entonces *"indefinida"* ¿no?

Capitán Isidore Caubin: ¡Bravo marinero, lo has entendido perfectamente!. Esto no solo nos sirve para el calculo de la superficie de las carenas, si no para cualquier *"superficie rara o volumen"* que nos encontremos y que consigamos dividir o *"trocear"* en partes de anchos iguales.

A los que les interese este aspecto del cálculo, les recomendamos que lo practiquen, pero para nosotros la cosa no tiene porque *"derivar hacia las matemáticas"*, si no al cálculo que necesitamos para la concepción y construcción del buque, que vamos a explicar en lo que sigue.

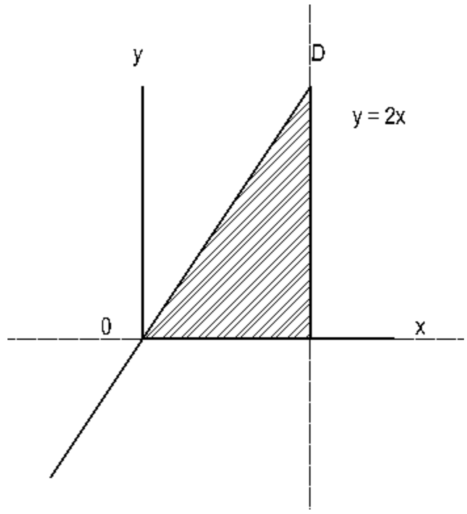


Figura XX.1.1: Triangulo rectángulo

Tema XXI: Métodos de calculo de las formas del buque.

"Nunca se va tan lejos, como cuando no se sabe dónde se va". Oliver Cromwell (1599-1658); político inglés.

Simbad: Como Ud. ha dicho capitán, las formas de un buque y lógicamente las de su carena no siguen las leyes de las figuras geométricas conocidas si no que *"pueden ser cualesquiera"*. Esto nos complicará la vida ¿verdad?

Capitán Isidore Caubin: Estamos obligados por ello a ver los métodos que existen para el calculo de estas formas y que han sido descubiertos por matemáticos eminentes. Tenemos que advertir e insistir, que estos métodos no son exactos si no aproximados, es decir que *"aproximan"* el resultado, pero que *"no lo dan exacto"*, ya que se trata de *"artificios de calculo"* inteligentes, si, pero no exactos. Sin embargo en la practica, estos resultados se aseveran lo bastante precisos como para que los aceptemos sin más. Pero antes de empezar habrá que ver para que nos servirá esto. En la figura XX.1.1, la superficie comprendida entre la función y = 2x y el eje de abcisas, representa un triangulo rectángulo. Según esto, la recta OD tiene por función como ya hemos visto, y = 2x, por lo tanto su superficie o *"integral"* será: dS =

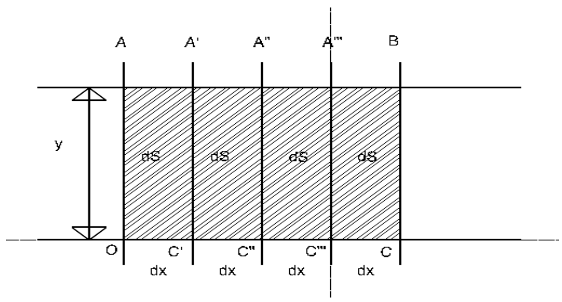


Figura XXI.1.1: Rectángulos elementales

$$\int y.dx = \int 2x.dx = \frac{1}{2}2.x.x + C$$

Remplazando nuevamente 2x por su valor y, nos queda: S = $\frac{1}{2}x.y$, si llamamos a x *"la base"* y a y *"la altura"*, obtenemos la formula de la superficie de un triangulo: S = $\frac{1}{2}b.h$ ...

Viendo nuestra figura XX.1.2, podríamos decir que la superficie total del rectángulo, se compone de toda una serie de rectángulos elementales dS, tales como AOC'B', que tienen la misma ordenada y, pero una abcisa dx, también elemental, luego: dS = y.dx

La superficie total será entonces la integral de y.dx en la que y es una constante, puesto que forma parte de todas las áreas dS, lo que nos daría, ver figura XXI.1.1:

$\int dS = \int\ y.dx = y\int dx$ y finalmente: y.x +C. Y como hemos dicho que *"todo se explica en matemáticas"*, podremos atribuir a y el valor de la recta AB (constante), que siendo paralela al eje de abscisas, estará representada por la función: y = 8 (suponiendo que y valga 8), luego el área o superficie total será: S = 8.4 = 32 *"unidades de superficie elementales"* (m^2, cm^2, mm^2...)→ siendo x.y = *"base por altura"*, que es la formula de la superficie de un rectángulo...

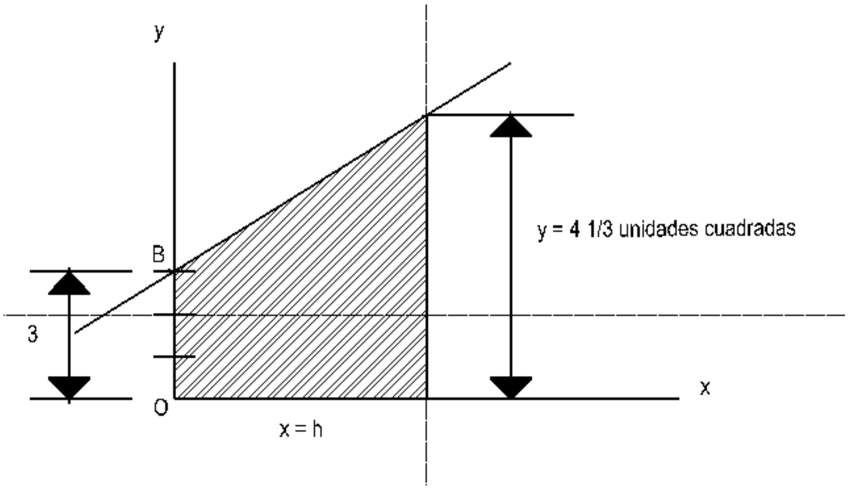


Figura XXI.1.2: El trapecio

Tema XXII: Otras figuras.

"El mejor modo de resolver una dificultad es no tratar de soslayarla". Noel Clarasó (1905-1985); escritor español.

Simbad: ¿Y que ocurre con otras figuras geométricas?

Capitán Isidore Caubin: Tendremos que arreglárnoslas para *"caer sobre nuestras cuatro patas"* y así por ejemplo y mirando la figura XXI.1.3, veremos que un trapecio se formará, y no un triangulo, cuando *"la recta no pase por el origen si no que venga de antes"*.

Haciendo y = x+3, tendremos que: $\int dS = \int\ y.dx = \int(x+3).dx$, lo que nos da:

S = $\frac{x^2}{2} + 3x + C = x(\frac{x}{2}+3) + C = x(\frac{x+3+3}{2}) + C$

y remplazando *"como siempre"* y por su valor, tendremos finalmente: $S = x(\frac{y+3}{2}) + C$

o sea la formula del área del trapecio de altura h = x, y de bases BO = 3 e y, es decir:

$S = h(\frac{b_1+b_2}{2})$

Tema XXIII: Cálculos un poco "Más avanzados".

"Divide las dificultades que examinas en tantas partes como sea posible para su mejor solución". René Descartes (1596-1650); filósofo y matemático francés.

Simbad: Estoy deseando aplicar todo lo que Ud. ha explicado capitán al calculo de carenas.

Capitán Isidore Caubin: Ya llegamos poco a poco...Volvamos a *"la segunda charla"* que nos hablaba de la *"Representación del equilibrio del buque"* y volvamos a mirar la figura IV.1.2: *"Equilibrio del buque"*, ahora que *"sabemos matemáticas"*, vemos que el *"Metacentro"* M, que corresponde al casco en posición recta, es decir $\theta = 0^0$, está situado por razones de simetría en el plano longitudinal, es decir que cuando este ángulo tiende a cero, M tiende hacia H y r tiende hacia h. En esta situación r_0 (o RMT), se designa como *"radio metacéntrico inicial"* y se calcula por $r_0 = I / V$, donde *"I"* es la *"inercia o centro de gravedad"* y V el volumen de la flotación, que nos daría por ejemplo si se tratara de un *"pontón de forma rectangular"*, de eslora de flotación *"E_f"* y de manga de flotación *"M_f"*, : $I_T = \frac{1}{12}.E_f.M_f^{\,3}$. , donde I_T significa *"Inercia Transversal de esta superficie rectangular"*

Como Ef y Mf^3 se dan en metros y en la formula se multiplican, vemos que una inercia se expresará en m^4. Cojamos esta formula y *"volvamos para atrás"*, es decir consideremos que esta expresión, es *"la integral de algo"* y que *"queremos saber de donde viene"*; es decir *"derivemos"* sucesivas veces....

Razonamiento:

1) Digamos entonces que vamos a *"hacer variar Mf, variable independiente"*, como la *"Manga de la flotación"* y que consideramos *"a Ef como una variable dependiente de Mf"* ó **"***eslora de flotación",* y que no varía...:

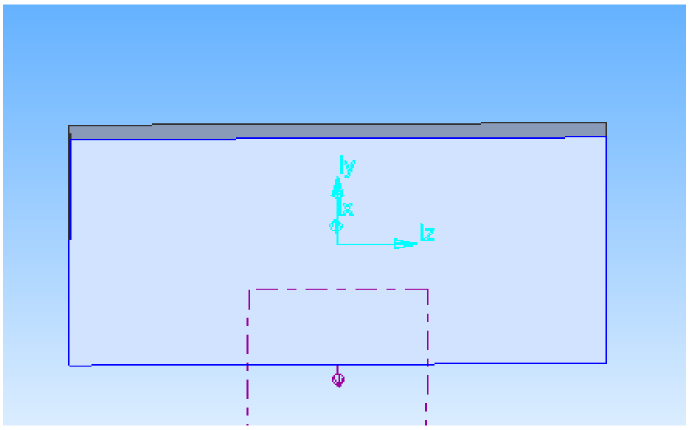


Figura XXIII.1.1: Carena de un "pontón" rectangular...

2) Hagamos por comodidad y = Mf y x = Ef y entonces: y =x , ya que el pontón es en principio, rectangular como ya hemos dicho y entonces: $y.x = y^2$ y empecemos...

Tendremos que derivando:

(1) $\frac{1}{12}.y^4 \rightarrow \frac{1}{4}y^3 \rightarrow \frac{1}{2}y^2 \rightarrow y$ y la función de principio será: y = x, es decir que la *"Manga Mf es igual a la eslora Ef"*, lo que nos dice que el *"rectángulo, no es un rectángulo"* sino *"un cuadrado".* En efecto se trata de una barcaza de forma cuadrada y *"muy fea"*. Si ahora hacemos variar y, y consideramos a x como constante, con la formula dada, tendremos que:

(2) $\frac{1}{12}.x.y^3 \rightarrow \frac{1}{4}x.y^2 \rightarrow \frac{1}{2}x.y \rightarrow \frac{1}{2}x$, y la función de principio será y = x/2, es decir que ahora si que tenemos un rectángulo *"ya que Mf (y), es la mitad de la eslora Ef"(x)"*...o sea que si la eslora Ef, es de 10 metros por ejemplo, la manga Mf, valdrá 10/2 = 5 metros...

O sea que como dijimos que se trataba de *"una barcaza de forma rectangular"*, la formula valida será la siguiente: (2): $\frac{1}{12}.Ef.Mf^3 \rightarrow \frac{1}{4}Ef.Mf^2 \rightarrow \frac{1}{2}Ef.Mf \rightarrow \frac{1}{2}Ef$

Entonces la formula de la *"inercia transversal de una barcaza de forma rectangular"* I_T, significa que es igual a: *"la eslora de flotación de la barcaza, multiplicada por su manga al cubo y todo ello dividido por 12"*... Y como *"los gatos recaemos sobre nuestras cuatro patas"*, ya que:

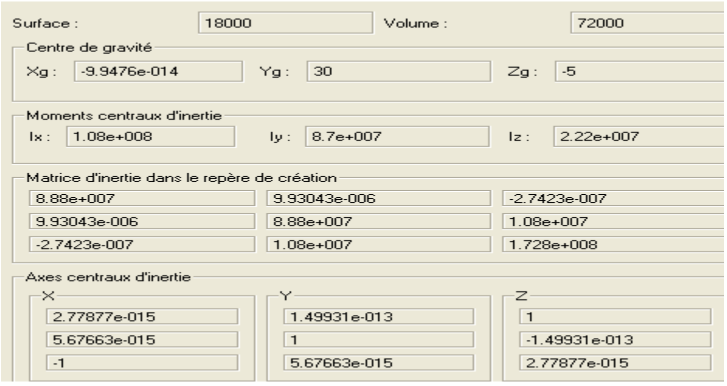


Figura XXIII.1.2: Calculo automatico del momento de inercia del volumen anterior

$I_T = \frac{1}{12} . E_f . M_f^3$

Ya hemos visto que cuando la flotación, que es simétrica al eje longitudinal es de *"forma cualquiera"*, por ejemplo que posee una *"curva cualquiera"*, se la divide en tantos *"n"* rectángulos y equidistantes que sean necesarios para obtener una precisión suficiente y se suman sus inercias, que darían: $I_T = \frac{E_f}{n} \sum Mf_1^3 + Mf_2^3 + Mf_3^3 \ldots + Mf_n^3 \ldots$, o sea que tendremos gráficamente en cuenta la variación de las mangas (alturas) cuyos cubos sumaremos y el resultado lo multiplicaremos por la eslora
dividida por en numero de rectángulos considerados.
Como hemos visto que $r_0 = I/V$, obtendremos finalmente para cualquier caso:

$$r_o = \frac{E_f}{n.V} \sum Mf_1^3 + Mf_2^3 + \ldots Mf_n^3$$

Ahora bien, cuando trazamos un rectángulo, vemos que el lado que toca a la curva deja una zona importante sin cubrir, sobre todo si la curva se aproxima a un trozo de circunferencia de pequeño radio.
Se adaptará mucho mejor un lado que *"fuese la cuerda"* a este arco de curva.
Si en vez de un rectángulo tomáramos el *"trapecio"* que se forma con esta cuerda, la precisión es mucho más grande y es por eso que el primer método de *"calculo aproximado"* de superficies encerradas por una curva se llama la del *"método de los trapecios"* y no la de los *"rectángulos"*, como veremos más tarde.
Simbad: Muy interesante mi capitán pero por lo que veo tendré que *"repasar"* algunas nociones que no acabo de comprender muy bien para poder seguir sus explicaciones...
Capitán Isidore Caubin: En efecto, pero no son tantas como crees. A continuación te daré algunas explicaciones y definiciones que tendrás que *"repasar"* como tú dices si quieres avanzar *"antes que pasemos a las cosas serias"*.

Fin de la 3ª parte de la 4ª charla de construcción naval